

ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄) & ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 134

A2. α. Λάθος, β. Λάθος, γ. Σωστό, δ. Σωστό, ε. Σωστό.

A3. α. Αν $f_1, f_2, \dots, f_k$ είναι οι σχετικές συχνότητες k διαφορετικών τιμών μιας μεταβλητής, τότε : $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$.

β. Αν οι συναρτήσεις $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο

ορισμού τους A , τότε και η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ ($g \neq 0$) είναι

παραγωγίσιμη στο A και ισχύει :

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}, \text{ με } g(x) \neq 0.$$

γ. Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ τότε

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0.$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 0$,

πρέπει $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} (e^x + 1) = e^0 + 1 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{0^2 - 4}{0 - 2} = 2 \\ f(0) &= \frac{0^2 - 4}{0 - 2} = \frac{-4}{-2} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \text{ συνεχής στο } x_0 = 0$$

B2. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$,

πρέπει $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x+2) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (\alpha - x) = \alpha - 2 \\ f(2) &= \alpha - 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\alpha - 2 = 4 \Leftrightarrow \alpha = 4 + 2 \Leftrightarrow \alpha = 6$$

B3. Για $\alpha = 6$ είναι $f(x) = 6 - x, x \geq 2$

$$\begin{aligned} \int_2^3 f(x) dx &= \int_2^3 (6 - x) dx = \int_2^3 6 dx - \int_2^3 x dx = [6x]_2^3 - \left[\frac{x^2}{2} \right]_2^3 \\ &= 18 - 12 - \left(\frac{9}{2} - 2 \right) = 6 - \frac{9}{2} + 2 = 8 - \frac{9}{2} = \frac{16}{2} - \frac{9}{2} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

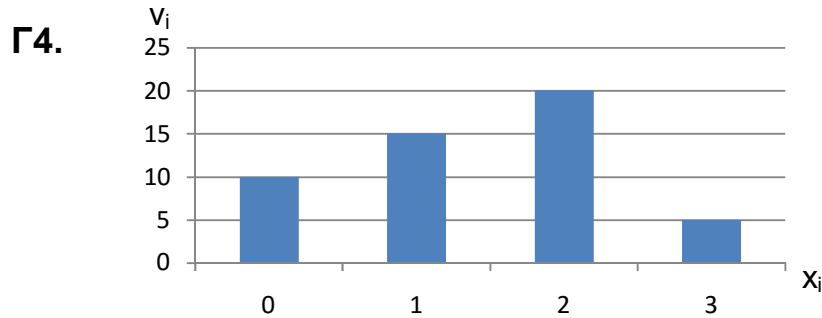
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $\delta = 1,5$, άρα το πλήθος των παρατηρήσεων 0 και 1 (που είναι μικρότερες από το δ) είναι ίσες με το πλήθος των παρατηρήσεων 3 και 4 (που είναι μεγαλύτερες από το δ).
Άρα $v_1 + v_2 = v_3 + v_4 \Leftrightarrow 10 + 15 = v_3 + 5 \Leftrightarrow 25 = v_3 + 5 \Leftrightarrow v_3 = 25 - 5 \Leftrightarrow v_3 = 20$.

Γ2. Για $v_3 = 20$ έχουμε :

x_i	v_i	N_i	f_i	$f_i\%$	$v_i x_i$
0	10	10	0,2	20	0
1	15	25	0,3	30	15
2	20	45	0,4	40	40
3	5	50	0,1	10	15
Σύνολα	50		1	100	70

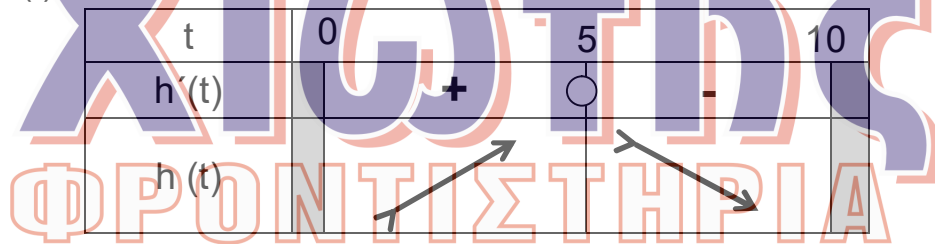
$$\Gamma 3. \bar{x} = \frac{v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_3 x_3 + v_4 x_4}{v} = \frac{70}{50} = 1,4$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $h'(t) = (-3t^2 + 30t)' = -6t + 30, 0 \leq t \leq 10$

Δ2. $h'(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 30 = 0 \Leftrightarrow -6t = -30 \Leftrightarrow t = 5$



Η h είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, 5]$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[5, 10]$,

άρα το $[0, 5]$ είναι το χρονικό διάστημα ανόδου και το $[5, 10]$ είναι το χρονικό διάστημα καθόδου.

Δ3. Το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος του τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ sec.}$

Δ4. Το μέγιστο ύψος στο οποίο έφτασε το αεροπλάνο ήταν $h(5) = -3 \cdot 5^2 + 30 \cdot 5 = -75 + 150 = 75 \text{ μέτρα.}$